François Mendzina Essomba ▸ Mathématiques et physique pour tous les niveaux
March 23

PI-3,14 CHALLENGE

Le nombre pi est le nombre le plus fascinant de l'histoire des mathématiques. Il est le nombre qui apparait dans toutes les branches de cette science et qui a intéressé presque tous les mathématiciens dans l'histoire, d'Archimède, à Euler jusqu'au plus grand de tous, l'indien Ramanujan qui en a élaboré d'incroyables formules dont certaines sont d'une beauté et d'une profondeur déconcertante.

Aujourd'hui encore de nouveaux noms sont apparus, Jonathan et Peter Borwein, les Chudnovsky, Simon Plouffe, Garvan, Gosper, Bailey etc.... qui n'ont cessé de fouiller dans les profondeurs des formules et des décimales.

Je me suis donc entrepris, étant un passionné de pi, de m'intéresser à l'aspect formules en répertoriant toutes les formules ayant été élaborées par des passionnés camerounais ou du continent dans un sens plus large dans le but d'atténuer la suprématie occidentale sur le sujet et de les intégrer dans une base de données consultable.

Aussi ai-je choisi de lancer un challenge en y mettant une partie de mes différents rappels aux vainqueurs d'un montant **d'un million de francs CFA (1.000.000 FCFA)**, dont teneur suit :

- Le natif du continent qui trouve plus de formules de pi que moi, qui soient exclusivement de lui, remporte la mise (j'ai la possibilité de recourir en cas de besoin à mon répertoire), sont exclues les formules obtenues connues ou obtenues par des règles déjà établies ;
- Pour éviter toute contestation inutile, sous réserve d'une erreur de calcul, celui qui prouve que j'ai tord emporte 4 fois la somme de la mise ;
- J'attends patiemment vos formules mes chers passionnés et au plaisir d'admirer la profondeur de vos pensées (François Mendzina Essomba)

Ci-dessous certaines d'innombrables formules de pi que j'ai trouvé :

$$\begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{\sqrt{2u_n + 2}}{2} \ ; \ u_0 = \frac{1}{2} \\ a_n = 2^n\sqrt{1 - u_n^2}\left(2 + \dfrac{1}{u_n}\right) \\ n \to \infty \ ; \ a_n \to \pi \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{\sqrt{2u_n + 2}}{2}\ ;\ u_0 = \frac{1}{2} \\ a_n = 2^n\sqrt{1-u_n^2}\left(2 + \dfrac{1}{u_n}\right) \\ n \to \infty\ ;\ \ a_n \to \pi \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{\sqrt{2u_n + 2}}{2};\ u_0 = \frac{1}{2} \\ a_n = 2^{n-1}\sqrt{1-u_n^2}(7 - u_n^2) \\ n \to \infty\ ;\ \ a_n \to \pi \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{\sqrt{2u_n + 2}}{2};\ u_0 = \frac{1}{2} \\ a_n = \dfrac{2^n}{5}\sqrt{1-u_n^2}(22 - 9u_n + 2u_n^2) \\ n \to \infty\ ;\ \ a_n \to \pi \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{\sqrt{2u_n + 2}}{2};\ u_0 = \frac{1}{2} \\ a_n = \dfrac{2^n}{15}\sqrt{1-u_n^2}(64 - 21u_n + 2u_n^3) \\ n \to \infty\ ;\ \ a_n \to \pi \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{\sqrt{2u_n + 2}}{2};\ u_0 = \frac{1}{2} \\ a_n = \dfrac{2^n}{5}\sqrt{1-u_n^2}\left(16 - 3u_n + \dfrac{2}{u_n}\right) \\ n \to \infty\ ;\ \ a_n \to \pi \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{\sqrt{2u_n + 2}}{2};\ u_0 = \frac{1}{2} \\ a_n = \dfrac{2^n}{25}\sqrt{1-u_n^2}\left(96 - 22u_n - \dfrac{u_n}{1-2u_n^2}\right) \\ n \to \infty\ ;\ \ a_n \to \pi \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{\sqrt{2u_n + 2}}{2};\ u_0 = \frac{1}{2} \\ a_n = \dfrac{3 \times 2^n}{5}\sqrt{1-u_n^2}\left(\dfrac{256}{35} - \dfrac{27}{21}u_n + \dfrac{10}{21}u_n^3 - \dfrac{8}{105}u_n^5\right) \\ n \to \infty\ ;\ \ a_n \to \pi \end{cases}$$

$$
\begin{cases}
u_{n+1} = \dfrac{\sqrt{2u_n + 2}}{2};\ u_0 = \frac{1}{2} \\
a_n = 2^n \sqrt{1 - u_n^2}(4 - u_n) \\
n \to \infty\ ;\ a_n \to \pi
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
u_{n+1} = \dfrac{\sqrt{2u_n + 2}}{2};\ u_0 = \frac{1}{2} \\
a_n = 2^n \sqrt{1 - u_n^2}(5 - 2u_n^2) \\
n \to \infty\ ;\ a_n \to \pi
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
u_{n+1} = \dfrac{\sqrt{2u_n + 2}}{2};\ u_0 = \frac{1}{2} \\
a_n = 3 \times 2^n \dfrac{\sqrt{1 - u_n^2}}{1 - 8u_n^2 + 8u_n^4} \\
n \to \infty\ ;\ a_n \to \pi
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
u_{n+1} = \dfrac{\sqrt{2u_n + 2}}{2};\ u_0 = \frac{1}{2} \\
a_n = \dfrac{3 \times 2^n}{315} \sqrt{1 - u_n^2} \left(\dfrac{2432}{5} - 267u_n + 128u_n^2 - 34u_n^3 + \dfrac{8}{5}u_n^5 \right) \\
n \to \infty\ ;\ a_n \to \pi
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
u_{n+1} = \dfrac{\sqrt{2u_n + 2}}{2};\ u_0 = \frac{1}{2} \\
a_n = \dfrac{3 \times 2^n}{315} \sqrt{1 - u_n^2}(256 + 597u_n - 1024u_n^2 + 542u_n^3 - 56u_n^5) \\
n \to \infty\ ;\ a_n \to \pi
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
u_{n+1} = \dfrac{\sqrt{2u_n + 2}}{2};\ u_0 = \frac{1}{2} \\
a_n = \dfrac{3 \times 2^n}{2717} \sqrt{1 - u_n^2} \times \left(\begin{array}{c} \dfrac{22846976}{5355} - \dfrac{45933}{17}u_n + \dfrac{11020288}{5355}u_n^2 - \dfrac{26782}{17}u_n^3 + \dfrac{1948672}{1785}u_n^4 - \dfrac{53368}{85}u_n^5 \\ + \dfrac{296960}{1071}u_n^6 - \dfrac{432}{5}u_n^7 + \dfrac{2560}{153}u_n^8 - \dfrac{256}{170}u_n^9 \end{array} \right) \\
n \to \infty\ ;\ a_n \to \pi
\end{cases}
$$

François Mendzina Essomba ▸ Mathématiques et physique pour tous les niveaux
March 23 ·

Voici pour finir trois (03) algorithmes de calcul de pi d'hyper convergence que j'ai trouvé (*pour les Borwein l'ordre le plus élevé est n=16*).
Formule (01), ordre de convergence n=22:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{245}{176}\sin x_n + \frac{98}{429}\sin 2x_n - \frac{49}{2288}\sin 3x_n + \frac{245}{320892}\sin 4x_n - \frac{49}{11085360}\sin 5x_n - \frac{1}{3926434512}\sin 7x_n + \frac{1568}{429}\cos\frac{1}{2}x_n - \frac{15680}{26741}\cos\frac{3}{2}x_n + \frac{3136}{40755}\cos\frac{5}{2}x_n - \frac{80}{17017}\cos\frac{7}{2}x_n + \frac{784}{9561123}\cos\frac{9}{2}x_n$$

Formule (02), ordre de convergence n=24:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{63}{44}\sin x_n + \frac{147}{572}\sin 2x_n - \frac{49}{1716}\sin 3x_n + \frac{147}{106964}\sin 4x_n - \frac{147}{10161580}\sin 5x_n - \frac{7}{79260324}\sin 6x_n - \frac{3}{4253637388}\sin 7x_n + \frac{75264}{20449}\cos\frac{1}{2}x_n - \frac{50176}{80223}\cos\frac{3}{2}x_n + \frac{21504}{230945}\cos\frac{5}{2}x_n - \frac{2304}{323323}\cos\frac{7}{2}x_n + \frac{1792}{9561123}\cos\frac{9}{2}x_n$$

Formule (03), ordre de convergence n=40:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{189}{115}\sin x_n + \frac{14364}{31625}\sin 2x_n - \frac{31654}{284625}\sin 3x_n + \frac{47481}{2384525}\sin 4x_n - \frac{13566}{5686175}\sin 5x_n + \frac{9044}{51175575}\sin 6x_n - \frac{2907}{398032250}\sin 7x_n + \frac{1197}{8415539000}\sin 8x_n - \frac{133}{147692709450}\sin 9x_n + \frac{8379}{2200}\cos\frac{1}{2}x_n - \frac{2261}{2640}\cos\frac{3}{2}x_n + \frac{61047}{263120}\cos\frac{5}{2}x_n - \frac{8721}{177100}\cos\frac{7}{2}x_n + \frac{2261}{310500}\cos\frac{9}{2}x_n - \frac{20349}{29348000}\cos\frac{11}{2}x_n + \frac{8379}{215040800}\cos\frac{13}{2}x_n - \frac{931}{818809200}\cos\frac{15}{2}x_n + \frac{21}{1546639600}\cos\frac{17}{2}x_n - \frac{21}{639580964000}\cos\frac{19}{2}x_n - \frac{1}{27569305764000}\cos\frac{21}{2}x_n$$

Eon prend x_0 =3, pour la troisième formule, le nombre de décimales obtenues est multiplié par 40 à chaque itération.

Elles ne sont pas très jolies ni très utiles à comparer à celles dues aux Borweins ou de Salamin/Brent mais bon, elles peuvent me permettre d'obtenir les algorithmes les plus convergents vers pi (une heure de travail pour atteindre n=100).